

## ЛЕКЦИЯ 6. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Вопросы:

6.1. Основные понятия математической статистики.

6.2. Статистическая обработка результатов психолого-педагогических исследований.

Применение математики к другим наукам имеет смысл только в единении с глубокой теорией конкретного явления. Об этом важно помнить, чтобы не сбиваться на простую игру в формулы, за которой не стоит никакого реального содержания.

Академик Ю.А. Митропольский

Теоретические методы исследования в психологии и педагогике дают возможность раскрыть качественные характеристики изучаемых явлений. Эти характеристики будут полнее и глубже, если накопленный эмпирический материал подвергнуть количественной обработке. Однако, проблема количественных измерений в рамках психолого-педагогических исследований очень сложна. Эта сложность заключается прежде всего в субъективно-причинном многообразии педагогической деятельности и ее результатов, в самом объекте измерения, находящимся в состоянии непрерывного движения и изменения. Вместе с тем введение в исследование количественных показателей сегодня является необходимым и обязательным компонентом получения объективных данных о результатах педагогического труда. Как правило, эти данные могут быть получены как путем прямого или опосредованного измерения различных составляющих педагогического процесса, так и посредством количественной оценки соответствующих параметров адекватно построенной его математической модели. С этой целью при исследовании проблем психологии и педагогики применяются

методы математической статистики. С их помощью решаются различные задачи: обработка фактического материала, получение новых, дополнительных данных, обоснование научной организации исследования и другие.

### 6.1. Основные понятия математической статистики

Исключительно важную роль в анализе многих психолого-педагогических явлений играют средние величины, представляющие собой обобщенную характеристику качественно однородной совокупности по определенному количественному признаку. Нельзя, например, вычислить среднюю специальность или среднюю национальность студентов вуза, так как это качественно разнородные явления. Зато можно и нужно определить в среднем числовую характеристику их успеваемости (средний балл), эффективности методических систем и приемов и т. д.

В психолого-педагогических исследованиях обычно применяются различные виды средних величин: средняя арифметическая, средняя геометрическая, медиана, мода и другие. Наиболее распространенными являются средняя арифметическая, медиана и мода.

**Средняя арифметическая** применяется в тех случаях, когда между определяющим свойством и данным признаком имеется прямо пропорциональная зависимость (например, при улучшении показателей работы учебной группы улучшаются показатели работы каждого ее члена).

Средняя арифметическая представляет собой частное от деления суммы величин на их число и вычисляется по формуле:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum X_i}{n} ; \quad (1)$$

где  $X$  – средняя арифметическая;  $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$  – результаты отдельных наблюдений (приемов, действий),

$n$  – количество наблюдений (приемов, действий),

$\Sigma$  – сумма результатов всех наблюдений (приемов, действий).

**Медианой (Me)** называется мера среднего положения, характеризующая значение признака на упорядоченной (построенной по признаку возрастания или убывания) шкале, которое соответствует середине исследуемой совокупности. Медиана может быть определена для порядковых и количественных признаков. Место расположения этого значения определяется по формуле: Место медианы =  $(n + 1) / 2$

Например. По результатам исследования установлено, что:

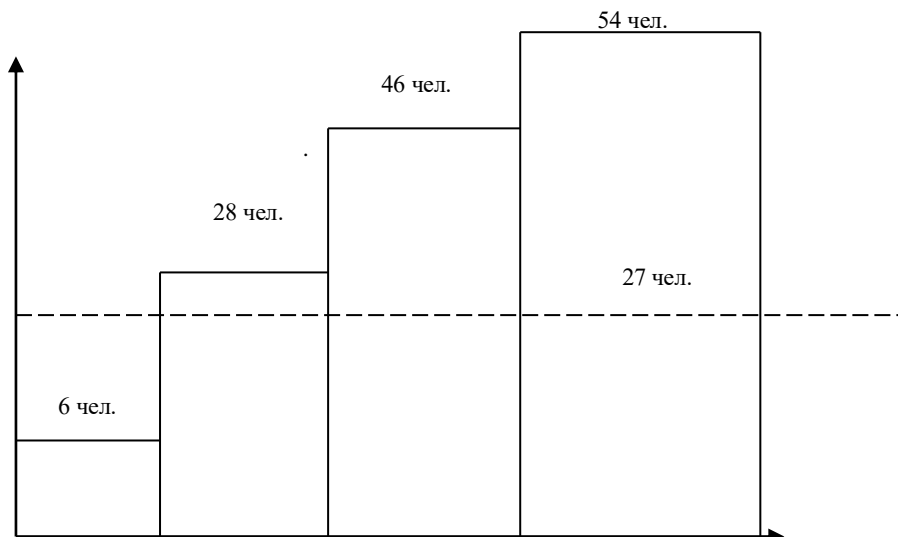
– на “отлично” учатся – 5 человек из участвующих в эксперименте;

– на “хорошо” учатся – 18 человек;

– на “удовлетворительно” – 22 человека;

– на “неудовлетворительно” – 6 человек.

Так как всего в эксперименте принимало участие  $N = 54$  человека, то середина выборки равна  $0,5 \times N = 27$  человек. Отсюда делается вывод, что больше половины обучающихся учатся ниже оценки “хорошо”, то есть медиана больше “удовлетворительно”, но меньше “хорошо” (см. рисунок).



“неуд.” “неуд.” + “удов.” “удов.” + “хор.” “хор.” + “отл.”

**Мода (Мо)** – наиболее часто встречающееся типичное значение признака среди других значений. Она соответствует классу с максимальной частотой. Этот класс называется модальным значением.

Например.

Если на вопрос анкеты: “укажите степень владения иностранным языком”, ответы распределились:

1 – владею свободно	– 25
2 – владею в достаточной степени для общения	– 54
3 – владею, но испытываю трудности при общении	– 253
4 – понимаю с трудом	– 173
5 – не владею	– 28

Очевидно, что наиболее типичным значением здесь является – “владею, но испытываю трудности при общении”, которое и будет модальным. Таким образом, мода равна – 253.

Важное значение при использовании в психолого-педагогическом исследовании математических методов уделяется расчету дисперсии и среднеквадратических (стандартных) отклонений.

**Дисперсия** равна среднему квадрату отклонений значения варианты от среднего значения. Она выступает как одна из характеристик индивидуальных результатов разброса значений исследуемой переменной (например, оценок учащихся) вокруг среднего значения. Вычисление дисперсии осуществляется путем определения: отклонения от среднего значения; квадрата указанного отклонения; суммы квадратов отклонения и среднего значения квадрата отклонения (см. табл. 6.1)<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Шевандрин Н.И. Социальная психология в образовании: Учебное пособие. Ч.1. Концептуальные и прикладные основы социальной психологии. – М.: ВЛАДОС, 1995.

Значение дисперсии используется в различных статистических расчетах, но не имеет непосредственного наблюдаемого характера. Величиной, непосредственно связанной с содержанием наблюдаемой переменной, является среднее квадратическое отклонение.

Таблица 6.1

**Пример вычисления дисперсии**

№ п/п	Значение показателя	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1	1	2 - 1 = +1	1
2	3	2 - 3 = -1	1
3	3	2 - 3 = -1	1
4	0	2 - 0 = +2	4
5	4	2 - 4 = -2	4
6	1	2 - 1 = +1	1
$\sum_{i=1}^N Xi = 12$		$\sum_{i=1}^N (\bar{X} - Xi)^2 = 12$	
$\bar{X} = 1/N \sum_{i=1}^N Xi = 2$		$\sigma^2 = \left[ \sum_{i=1}^N (\bar{X} - Xi)^2 \right] / (N - 1) = 2,4$	

**Среднее квадратичное отклонение** подтверждает типичность и показательность средней арифметической, отражает меру колебания численных значений признаков, из которых выводится средняя величина. Оно равно корню квадратному из дисперсии и определяется по формуле:

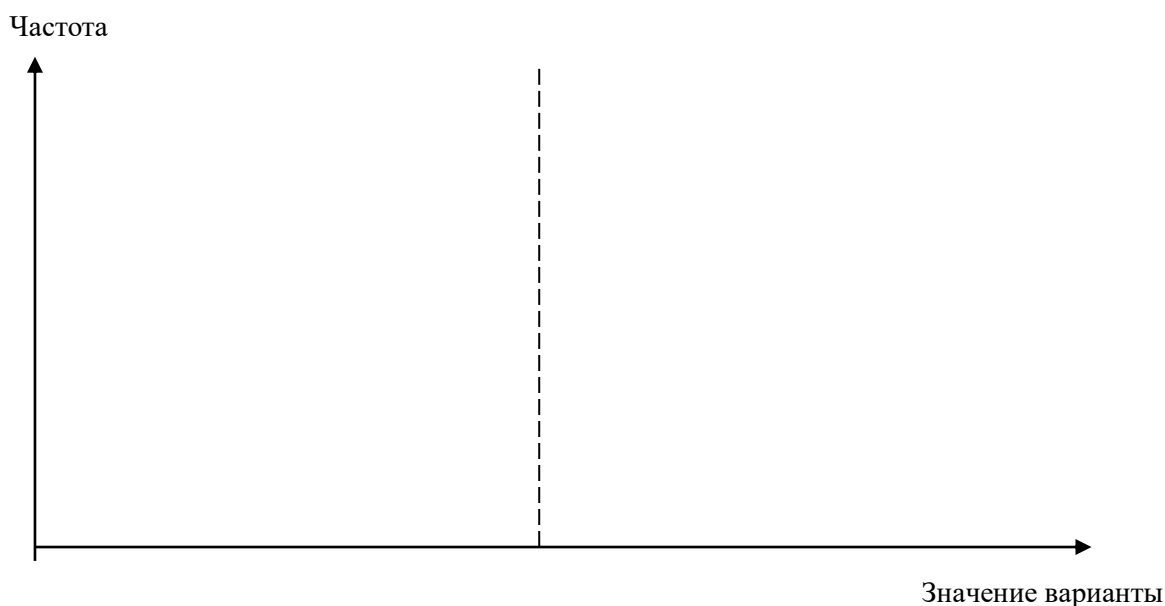
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N - 1}}; \quad (2)$$

где:  $\sigma$  – средняя квадратическая. При малом числе наблюдения (действий) – менее 100 – в значении формулы следует ставить не “N”, а “N – 1”.

Средняя арифметическая и средняя квадратическая являются основными характеристиками полученных результатов в ходе исследования. Они

позволяют обобщить данные, сравнить их, установить преимущества одной психолого-педагогической системы (программы) над другой.

Среднее квадратическое (стандартное) отклонение широко применяется как мера разброса для различных характеристик. На следующем рисунке приведен пример распределения частот значений двух переменных с одинаковыми средними, но различным разбросом.



Оценивая результаты исследования важно определить рассеивание случайной величины около среднего значения. Это рассеивание описывается с помощью закона Гауса (закона нормального распределения вероятности случайной величины). Суть закона заключается в том, что при измерении некоторого признака в данной совокупности элементов всегда имеют место отклонения в обе стороны от нормы вследствие множества неконтролируемых причин, при этом, чем больше отклонения, тем реже они встречаются.

При дальнейшей обработке данных могут быть выявлены: *коэффициент вариации (устойчивости)* исследуемого явления, представляющий собой процентное отношение среднеквадратического отклонения к средней арифметической; *мера косости*, показывающая, в

какую сторону направлено преимущественное число отклонений; *мера крутости*, которая показывает степень скопления значений случайной величины около среднего и др. Все эти статистические данные помогают более полно выявить признаки изучаемых явлений.

**Меры связи между переменными.** Связи (зависимости) между двумя и более переменными в статистике называют *корреляцией*. Она оценивается с помощью значения коэффициента корреляции, который является мерой степени и величины этой связи.

Коэффициентов корреляции много. Рассмотрим лишь часть из них, которые учитывают наличие линейной связи между переменными. Их выбор зависит от шкал измерения переменных, зависимость между которыми необходимо оценить. Наиболее часто в психологии и педагогике применяются коэффициенты Пирсона и Спирмена.

Рассмотрим вычисление значений коэффициентов корреляции на конкретных примерах.

**Пример 1.** Пусть две сравниваемые переменные  $X$  (семейное положение) и  $Y$  (исключение из университета) измеряются в дихотомической шкале (частный случай шкалы наименований). Для определения связи используем коэффициент Пирсона.

В тех случаях, когда нет необходимости подсчитывать частоту появления различных значений переменных  $X$  и  $Y$ , удобно проводить вычисления коэффициента корреляции с помощью таблицы сопряженности (см. табл. 6.2, 6.3, 6.4)<sup>1</sup>, показывающей количество совместных появлений пар значений по двум переменным (признакам).  $A$  – количество случаев, когда переменная  $X$  имеет значение равно нулю, и, одновременно переменная  $Y$  имеет значение равно единице;  $B$  – количество случаев, когда

---

<sup>1</sup> Шевандрин Н.И. Социальная психология в образовании: Учебное пособие. Ч.1. Концептуальные и прикладные основы социальной психологии. – М.: ВЛАДОС, 1995.

переменные  $X$  и  $Y$  имеют одновременно значения, равные единице;  $C$  – количество случаев, когда переменные  $X$  и  $Y$  имеют одновременно значения равные нулю;  $D$  – количество случаев, когда переменная  $X$  имеет значение, равное единице, и, одновременно, переменная  $Y$  имеет значение, равное нулю.

Таблица 6.2

		Признак X		Всего
		0	1	
Признак Y	1	A	B	A + B
	0	C	D	C + D
Итого		A + C	B + D	N

В общем виде формула коэффициента корреляции Пирсона для дихотомических данных имеет вид

$$\varphi = \frac{(BC - AD)}{\sqrt{(A + C) \times (B + D) \times (A + B) \times (C + D)}}; \quad (3)$$

Таблица 6.3

Пример данных в дихотомической шкале		
Шифр испытуемого	Переменная X	Переменная Y
1	0	0
2	1	1
3	0	1
4	0	0
5	1	1
6	2	0
7	0	0
8	1	1
9	0	0
10	0	1



Таблица сопряженности для данных из таблицы 6.3

		Признак X		Всего
		0	1	
Признак Y	1	2	3	6
	0	4	1	5
Итого		6	4	10

Подставим в формулу данные из таблицы сопряженности (см. табл. 6.4), соответствующей рассматриваемому примеру:

$$\varphi = \frac{(3 \times 4 - 2 \times 1)}{\sqrt{(2 + 4) \times (3 + 1) \times (2 + 3) \times (4 + 1)}} = 0,32.$$

Таким образом, коэффициент корреляции Пирсона для выбранного примера равен 0,32, то есть зависимость между семейным положением студентов и фактами исключения из университета незначительная.

**Пример 2.** Если обе переменные измеряются в шкалах порядка, то в качестве меры связи используется коэффициент ранговой корреляции Спирмена ( $R_s$ ). Он вычисляется по формуле

$$R_s = \frac{1 - (6 \sum_{i=1}^N D_i^2)}{N(N^2 - 1)} ; \quad (4)$$

где  $R_s$  – коэффициент ранговой корреляции Спирмена;  $D_i$  – разность рангов сравниваемых объектов;  $N$  – количество сравниваемых объектов.

Значение коэффициента Спирмена изменяется в пределах от  $-1$  да  $+1$ . В первом случае между анализируемыми переменными существует однозначная, но противоположно направленная связь (с увеличением значений одной уменьшается значения другой). Во втором – с ростом значений одной переменной пропорционально возрастает значение второй

переменной. Если величина  $R_s$  равна нулю или имеет значение, близкое к нему, то значимая связь между переменными отсутствует.

В качестве примера вычисления коэффициента Спирмена используем данные из таблицы 6.5.<sup>1</sup>

Таблица 6.5

**Данные и промежуточные результаты вычисления значения коэффициента ранговой корреляции  $R_s$**

Качества	Ранги, присвоенные экспертом		Разность рангов D	Квадрат разности рангов D <sup>2</sup>
	1-м	2-м		
01	1	2	-1	1
02	5	7	-2	4
03	6	3	3	9
04	8	6	2	4
05	7	8	-1	1
06	3	4	-1	1
07	4	5	-1	1
08	2	1	1	1
Сумма квадратов разностей рангов $D_i = 22$				

Подставим данные примера в формулу для коэффициента Спирмена:

$$R_s = \frac{1 - (6 \times 22)}{8(8^2 - 1)} = 0,74.$$

Результаты вычисления позволяют утверждать о наличии достаточно выраженной связи между рассматриваемыми переменными.

**Статистическая проверка научной гипотезы.** Доказательство статистической достоверности экспериментального влияния существенно отличается от доказательства в математике и формальной логике, где выводы носят более универсальный характер: статистические доказательства не являются столь строгими и окончательными – в них всегда допускается риск ошибиться в выводах и потому статистическими методами не доказывается

<sup>1</sup> Шевандрин Н.И. Социальная психология в образовании: Учебное пособие. Ч.1. Концептуальные и прикладные основы социальной психологии. – М.: ВЛАДОС, 1995.

окончательно правомерность того или иного вывода, а показывается мера правдоподобности принятия той или иной гипотезы.

Педагогическая гипотеза (научное предположение о преимуществе того или иного метода и т. п.) в процессе статистического анализа переводится на язык статистической науки и заново формулируется, по меньшей мере, в виде двух статистических гипотез. Первая (основная) называется *нулевой гипотезой* ( $H_0$ ), в которой исследователь говорит о своей исходной позиции. Он (априори) как бы декларирует, что новый (предполагаемый им, его коллегами или оппонентами) метод не обладает какими-либо преимуществами, и потому с самого начала исследователь психологически готов занять честную научную позицию: различия между новым и старым методами объявляются равными нулю. В другой, *альтернативной гипотезе* ( $H_1$ ) делается предположение о преимуществе нового метода. Иногда выдвигается несколько альтернативных гипотез с соответствующими обозначениями.

Например, гипотеза о преимуществе старого метода ( $H_2$ ). Альтернативные гипотезы принимаются тогда и только тогда, когда опровергается нулевая гипотеза. Это бывает в случаях, когда различия, скажем, в средних арифметических экспериментальной и контрольной групп настолько значимы (статистически достоверны), что риск ошибки отвергнуть нулевую гипотезу и принять альтернативную не превышает одного из трех принятых *уровней значимости* статистического вывода:

– первый уровень – 5% (в научных текстах пишут иногда  $p = 5\%$  или  $\alpha \leq 0,05$ , если представлено в долях), где допускается риск ошибки в выводе в пяти случаях из ста теоретически возможных таких же экспериментов при строго случайном отборе испытуемых для каждого эксперимента;

– второй уровень – 1%, т. е. соответственно допускается риск ошибиться только в одном случае из ста ( $\alpha \leq 0,01$ , при тех же требованиях);

– третий уровень – 0,1%, т. е. допускается риск ошибиться только в одном случае из тысячи ( $\alpha \leq 0,001$ ). Последний уровень значимости предъявляет очень высокие требования к обоснованию достоверности результатов эксперимента и потому редко используется.

При сравнении средних арифметических экспериментальной и контрольной групп важно не только определить, какая средняя больше, но и насколько больше. Чем меньше разница между ними, тем более приемлемой окажется нулевая гипотеза об отсутствии статистически значимых (достоверных) различий. В отличие от мышления на уровне обыденного сознания, склонного воспринимать полученную в результате опыта разность средних как факт и основание для вывода, педагог-исследователь, знакомый с логикой статистического вывода, не будет торопиться в таких случаях. Он скорее всего сделает предположение о случайности различий, выдвинет нулевую гипотезу об отсутствии достоверных различий в результатах экспериментальной и контрольной групп и лишь после опровержения нулевой гипотезы примет альтернативную.

Таким образом, вопрос о различиях в рамках научного мышления переводится в другую плоскость. Дело не только в различиях (они почти всегда есть), а в величине этих различий и отсюда – в определении той разницы и границы, после которого можно сказать: да, различия неслучайны, они статистически достоверны, а значит, испытуемые этих двух групп принадлежат после эксперимента уже не к одной (как раньше), а к двум различным генеральным совокупностям и что уровень подготовленности учащихся, потенциально принадлежащих этим совокупностям, будет существенно отличаться. Для того чтобы показать границы этих различий, используются так называемые *оценки генеральных параметров*.

Рассмотрим на конкретном примере (см. табл. 6.6), как с помощью математической статистики можно опровергнуть или подтвердить нулевую гипотезу.

Допустим, необходимо определить зависит ли эффективность групповой деятельности студентов от уровня развития в учебной группе межличностных отношений. В качестве нулевой гипотезы выдвигается предположение, что такой зависимости не существует, а в качестве альтернативной – зависимость существует. Для этих целей сравниваются результаты эффективности деятельности в двух группах, одна из которых в этом случае выступает в качестве экспериментальной, а вторая – контрольной. Чтобы определить, является ли разность между средними значениями показателей эффективности в первой и во второй группе существенной (значимой), необходимо вычислить статистическую достоверность этой разницы. Для этого можно использовать  $t$  – критерий Стьюдента. Он вычисляется по формуле:

$$t = [X_1 - X_2] / \sqrt{M_1^2 + M_2^2}; \quad (5)$$

где  $X_1$  и  $X_2$  – среднее арифметическое значение переменных в группах 1 и 2;  $M_1$  и  $M_2$  – величины средних ошибок, которые вычисляются по формуле:

$$M = \frac{\sigma}{N}; \quad (6)$$

где  $\sigma$  - средняя квадратическая, вычисляемая по формуле (2).

Определим ошибки для первого ряда (экспериментальная группа) и второго ряда (контрольная группа):

$$M_1 = \sigma_1 / N_1 = 1,63 / 7 = 0,62 ,$$

$$M_2 = \sigma_2 / N_2 = 1,41 / 7 = 0,53 .$$

Находим значение  $t$  – критерия по формуле:

$$t = (7 - 4) / \sqrt{0,62^2 + 0,53^2} = 3,69.$$

Вычислив величину  $t$  – критерия, требуется по специальной таблице определить уровень статистической значимости различий между средними показателями эффективности деятельности в экспериментальной и контрольной группах. Чем выше значение  $t$  – критерия, тем выше значимость различий.

Для этого  $t$  расчетное сравниваем с  $t$  табличным. Табличное значение выбирается с учетом выбранного уровня достоверности ( $p = 0,05$  или  $p = 0,01$ ), а также в зависимости от числа степеней свободы, которое находится по формуле:

$$U = N_1 + N_2 - 2; \quad (7)$$

где  $U$  – число степеней свободы;  $N_1$  и  $N_2$  – число замеров в первом и во втором рядах. В нашем примере  $U = 7 + 7 - 2 = 12$ .

Таблица 6.6

Данные и промежуточные результаты вычисления значимости статистических различий средних значений

№ п/п	Экспериментальная группа			Контрольная группа		
	Значение эффе- тивности деятельности	$\bar{X}_1 - X_i$	$(\bar{X}_1 - X_i)^2$	Значение эффе- тивности деятельности	$\bar{X}_2 - X_i$	$(\bar{X}_2 - X_i)^2$
1	5	2	4	6	-2	4
2	6	1	1	3	1	1
3	7	0	0	4	0	0
4	10	-3	9	5	-1	1
5	6	1	1	5	-1	1
6	8	-1	1	3	1	1
7	7	0	0	2	2	4
	$\bar{X}_1 = 7$	$\sum_{i=1}^N (\bar{X}_1 - X_i)^2 = 16$		$\bar{X}_2 = 4$	$\sum_{i=1}^N (\bar{X}_2 - X_i)^2 = 12$	
	$\sigma_1^2 = 2,67.$	$\sigma_1 = 1,63$		$\sigma_2^2 = 2,00.$	$\sigma_2 = 1,41$	

Для таблицы  $t$  – критерия находим, что значение  $t$  табл. = 3,055 для однопроцентного уровня ( $p < 0,01$ ) при 12 степенях свободы. Таким образом, величина  $t$  табл.  $< t$  расч. Таким образом, можно сделать статистически обоснованный вывод о том, что эффективность деятельности в экспериментальной группе выше, чем в контрольной, при уровне значимости 0,01 (риск ошибки составляет одна из ста теоретически возможных).

Однако педагогу-исследователю следует помнить, что существование статистической значимости разности средних значений является важным, но не единственным аргументом в пользу наличия или отсутствия связи (зависимости) между явлениями или переменными. Поэтому необходимо привлекать и другие аргументы количественного или содержательного обоснования возможной связи.

**Многомерные методы анализа данных.** Анализ взаимосвязи между большим количеством переменных осуществляется путем использования многомерных методов статистической обработки. Цель применения подобных методов – сделать наглядными скрытые закономерности, выделить наиболее существенные взаимосвязи между переменными. Примерами таких многомерных статистических методов являются:

- факторный анализ;
- кластерный анализ;
- дисперсионный анализ;
- регрессионный анализ;
- латентно-структурный анализ;
- многомерное шкалирование и другие.

*Факторный анализ* заключается в выявлении и интерпретации факторов. Фактор – обобщенная переменная, которая позволяет свернуть часть информации, т. е. представить ее в удобообозримом виде. Например,

факторная теория личности выделяет ряд обобщенных характеристик поведения, которые в данном случае называются чертами личности.

*Кластерный анализ* позволяет выделить ведущий признак и иерархию взаимосвязей признаков.

*Дисперсионный анализ* – статистический метод, используемый для изучения одной или нескольких одновременно действующих и независимых переменных на изменчивость наблюдаемого признака. Его особенность состоит в том, что наблюдаемый признак может быть только количественным, в тоже время объясняющие признаки могут быть как количественными, так и качественными.

*Регрессионный анализ* позволяет выявить количественную (численную) зависимость среднего значения изменений результативного признака (объясняемой) от изменений одного или нескольких признаков (объясняющих переменных). Как правило данный вид анализа применяется тогда, когда требуется выяснить насколько изменяется средняя величина одного признака при изменении на единицу другого признака.

*Латентно-структурный анализ* представляет совокупность аналитико-статистических процедур выявления скрытых переменных (признаков), а также внутренней структуры связей между ними. Он дает возможность исследовать проявления сложных взаимосвязей непосредственно ненаблюдаемых характеристик социально-психологических и педагогических явлений. Латентный анализ может являться основой для моделирования указанных взаимосвязей.

*Многомерное шкалирование* обеспечивает наглядную оценку сходства или различия между некоторыми объектами, описываемыми большим количеством разнообразных переменных. Эти различия представляются в виде расстояния между оцениваемыми объектами в многомерном пространстве.



## **6.2. Статистическая обработка результатов психолого-педагогических исследований**

В любом исследовании всегда важно обеспечить массовость и представительность (репрезентативность) объектов изучения. Для решения этого вопроса обычно прибегают к математическим методам расчета минимальной величины подлежащих исследованию объектов (групп респондентов), чтобы на этом основании можно было сделать объективные выводы.

По степени полноты охвата первичных единиц статистика делит исследования на сплошные, когда изучаются все единицы изучаемого явления, и выборочные, если изучению подвергается только часть интересующих явлений, взятая по какому-либо признаку. Исследователю не всегда представляется возможность изучить всю совокупность явлений, хотя к этому постоянно следует стремиться, но с другой стороны, часто сплошное исследование просто не требуется, так как выводы будут достаточно точными после изучения определенной части первичных единиц.

Теоретической основой выборочного способа исследования является теория вероятностей и закон больших чисел. Чтобы исследование располагало достаточным количеством фактов, наблюдений, используют таблицу достаточно больших чисел. От исследователя в данном случае требуется установление величины вероятности и величины допускаемой ошибки. Пусть, например, допускаемая ошибка в выводах, которые должны быть сделаны в результате наблюдений, по сравнению с теоретическими предположениями, не должна превышать 0,05 как в положительную, так и в отрицательную стороны (иначе говоря, мы можем ошибиться не более чем в 5 случаях из 100). Тогда по таблице достаточно больших чисел (см. табл. 6.7)<sup>1</sup> находим, что правильное заключение может быть сделано в 9 случаях из 10

---

<sup>1</sup> Давыдов В.П. Основы методологии, методики и технологии педагогического исследования: Научно-методическое пособие. – М.: Академия ФСБ, 1997.

тогда, когда число единиц наблюдения будет не менее 270, в 99 случаях из 100 при наличии не менее 663 единиц т. д. Значит, с увеличением точности и вероятности, с которой мы предполагаем сделать выводы, величина требуемой выборки возрастает. Однако в психолого-педагогическом исследовании она не должна быть чрезмерно большой. 300–500 выбранных для наблюдения единиц часто является вполне достаточным для основательных выводов.

Данный способ определения величины выборки является наиболее простым. Математическая статистика располагает и более сложными методами вычисления требуемых выборочных совокупностей, которые подробно освещены в специальной литературе.

Однако соблюдение требований массовости еще не обеспечивает надежности выводов. Они будут достоверны тогда, когда выбранные для наблюдения (бесед, эксперимента и т. д.) единицы являются достаточно представительными для изучаемого класса явлений.

Таблица 6.7

Краткая таблица достаточно больших чисел

Допустимая ошибка	Величина вероятности					
	0,85	0,90	0,95	0,99	0,995	0,999
<b>10,05</b>	207	270	384	<b>663</b>	787	1082
10,04	323	422	600	1036	1231	1691
10,03	575	751	1067	1843	2188	3007
10,02	1295	1691	2400	4146	4924	6767
10,01	5180	6764	9603	16587	19699	27069

Репрезентативность единиц наблюдения обеспечивается прежде всего их случайным выбором с помощью таблиц случайных чисел. Положим,

требуется определить 20 учебных групп для проведения массового эксперимента из имеющихся 200. Для этого составляется список всех групп, который нумеруется. Затем из таблицы случайных чисел выписывается 20 номеров, начиная с какого-либо числа, через определенный интервал. Эти 20 случайных чисел определяют те группы, которые нужны исследователю. Случайный выбор объектов из общей (генеральной) совокупности дает основание утверждать, что полученные при исследовании выборочной совокупности единиц результаты не будут резко отличаться от тех, которые имелись бы в случае исследования всей совокупности единиц.

В практике психолого-педагогических исследований применяются не только простые случайные отборы, но и более сложные методы отбора: расслоенный случайный отбор, многоступенчатый отбор и др.

Математические и статистические методы исследования являются также средствами получения нового фактического материала. С этой целью используются приемы шаблонирования, повышающие информативную емкость анкетного опроса и шкалирования, дающего возможность более точно оценивать действия как исследователя, так и исследуемых.

Шкалы возникли из-за необходимости объективно и точно диагностировать и измерять интенсивность определенных психолого-педагогических явлений. Шкалирование дает возможность упорядочить явления, количественно оценить каждое из них, определить низшую и высшую ступени исследуемого явления.

Так при исследовании познавательных интересов слушателей можно установить их границы: очень большой интерес – очень слабый интерес. Между этими границами ввести ряд ступеней, создающих шкалу познавательных интересов: очень большой интерес (1); большой интерес (2); средний (3); слабый (4); очень слабый (5).

В психолого-педагогических исследованиях используются шкалы разных видов, например,

- а) Трехмерная шкала
- Очень активный.....10
- Активный.....5
- Пассивный.....0
- б) Многомерная шкала
- Очень активный.....8
- Среднеактивный.....6
- Не слишком активный.....4
- Пассивный.....2
- Полностью пассивный.....0
- в) Двусторонняя шкала.
- Очень интересуется.....10
- Достаточно интересуется.....5
- Равнодушен.....0
- Не интересуется.....-5
- Совершенно нет интереса.....-10

Такие оценочные шкалы дают каждому пункту определенное числовое обозначение. Так, при анализе отношения студентов к учебе, их настойчивости в работе, готовности к сотрудничеству и т.п. можно составить числовую шкалу на основе таких показателей: 1 – неудовлетворительно; 2 – слабо; 3 – средне; 4 – выше среднего, 5 – намного выше среднего. В таком случае шкала приобретает следующий вид (см. табл. 6.8):

Таблица 6.8

Качество	Степени качества				
	1	2	3	4	5
Отношение к учебе	1	2	3	4	5
Настойчивость в труде	1	2	3	4	5
Готовность к сотрудничеству	1	2	3	4	5
Аккуратность в выполнении заданий	1	2	3	4	5

Целеустремленность	1	2	3	4	5
--------------------	---	---	---	---	---

Также используется биполярная шкала с нулевой величиной в центре:

Дисциплинированность Недисциплинированность

Ярко выраженная 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 Не ярко выраженная

Оценочные шкалы могут быть изображены графически. В этом случае они выражают категории в наглядной форме. При этом каждое деление (ступень) шкалы характеризуется вербально.

Рассматриваемые методы играют большую роль в анализе и обобщении полученных данных. Они позволяют установить различные соотношения, корреляции между фактами, выявить тенденции в развитии психолого-педагогических явлений. Так, теория группировок математической статистики помогает определить, какие факты из собранного эмпирического материала сопоставимы, по какому основанию их правильно сгруппировать, какой степени достоверности они будут. Все это позволяет избежать произвольных манипуляций с фактами и определить программу их обработки. В зависимости от целей и задач обычно применяют три вида группировок: типологическую, вариационную и аналитическую. *Типологическая группировка* используется, когда необходимо разбить полученный фактический материал на качественно однородные единицы (распределение количества нарушений дисциплины между различными категориями студентов, разбивка показателей выполнения ими физических упражнений по годам учебы и т.п.).

В случае необходимости сгруппировать материал по величине какого-либо изменяющегося (варьирующего) признака – разбивка групп обучающихся по уровню успеваемости, по процентам выполнения заданий, однотипным нарушениям установленного порядка и т.п. – применяется *вариационная группировка*, дающая возможность последовательно судить о структуре изучаемого явления.

*Аналитическая группировка* помогает устанавливать взаимосвязь между изучаемыми явлениями (зависимость степени подготовки студентов от различных методов обучения, качества выполняемых заданий от темперамента, способностей и т.д.), их взаимозависимость и взаимообусловленность в точном исчислении.

Насколько важна работа исследователя по группировке собранных данных, свидетельствует тот факт, что ошибки в этой работе обесценивают самую исчерпывающую и содержательную информацию.

В настоящее время математические основы группировки, типологии, классификации получили наиболее глубокое развитие в социологии. Современные подходы и методы типологии и классификации в социологических исследованиях могут быть с успехом применены в психологии и педагогике.

В ходе исследования используются приемы итогового обобщения данных. Одним из них является прием составления и изучения таблиц.

При составлении сводки данных относительно одной статистической величины образуется ряд распределения (вариационный ряд) значения этой величины. Примером такого ряда (см. табл. 6.9) может служить сводка данных относительно окружности груди 500 лиц.

Таблица 6.9

Окружность груди в см	Число людей
76	3
79	19
82	63
85	104
88	138
91	101
94	43
97	22
100	4
103	3
Итого	500

Сводка данных одновременно по двум и более статистическим величинам предполагает составление таблицы распределения, раскрывающей распределение значений одной статической величины в соответствии со значениями, которые принимают другие величины.

В качестве иллюстрации приводится таблица 6.10, составленная на основании статистических данных относительно окружности груди и веса этих людей.

Таблица 6.10

Окружность в груди в см	Вес в кг										
	47	51	55	59	63	67	71	75	79	83	Итого
76	-	2	1	-	-	-	-	-	-	-	3
79	-	5	9	4	1	-	-	-	-	-	19
82	1	8	16	22	14	1	1	-	-	-	63
85	3	5	20	35	26	9	5	1	-	-	104
88	-	2	7	31	49	35	6	8	-	-	138
91	-	-	3	17	26	29	15	7	3	1	101
94	-	-	-	3	8	14	8	8	2	-	43
97	-	-	-	1	2	6	5	5	2	1	22
100	-	-	-	-	1	-	1	1	-	1	4
103	-	-	-	-	-	-	1	1	1	-	3
Итого	4	22	56	113	127	94	42	31	8	3	500

Таблица распределения дает представление о соотношении и связи, существующих между двумя величинами, а именно: при малом весе частоты располагаются в верхней левой четверти таблицы, что указывает на преобладание лиц с малой окружностью груди. По мере увеличения веса до среднего значения распределение частот передвигается в центр таблички. Это указывает, что люди, вес которых ближе к среднему, имеют окружность

груди, также близкую к среднему значению. При дальнейшем увеличении веса частоты начинают занимать правую нижнюю четверть таблицы. Это свидетельствует о том, что у человека с весом более среднего окружность груди также выше среднего объема.

Из таблицы следует, что установленная связь не строгая (функциональная), а вероятностная, когда с изменениями значений одной величины другая изменяется как тенденция, без жесткой однозначной зависимости. Подобные связи и зависимости часто встречаются в психологии и педагогике. В настоящее время они выражаются обычно с помощью корреляционного и регрессивного анализа.

Вариационные ряды и таблицы дают представление о статике явления, динамику же могут показать ряды развития, где первая строка содержит последовательные этапы или промежутки времени, а вторая – полученные на этих этапах значения изучаемой статистической величины. Так выявляются возрастание, убывание или периодические изменения изучаемого явления, вскрываются его тенденции, закономерности.

Таблицы могут заполняться абсолютными величинами, или сводными цифрами (средними, относительными). Результаты статистической работы помимо таблиц, часто изображаются графически в виде диаграмм, фигур и т. д. Основными способами графического изображения статистических величин являются: способ точек, способ прямых и способ прямоугольников. Они просты и доступны каждому исследователю. Техника их использования – проведение осей координат, установление масштаба, и выписка обозначения отрезков (точек) на горизонтальных и вертикальной осях.

Диаграммы, изображающие ряды распределения значений одной статистической величины, позволяют составить кривые распределения.

Графическое изображение двух (и более) статистических величин дает возможность образовать некоторую кривую поверхность, называемую по-



верхностью распределения. Ряд развития при графическом исполнении образуют кривые развития.

Графическое изображение статистического материала позволяет глубже проникнуть в смысл цифровых величин, уловить их взаимозависимости и черты изучаемого явления, которые трудно заметить в таблице. Исследователь освобождается от той работы, которую он вынужден был бы проделать, чтобы разобраться с обилием цифр.

Таблицы и графики – важные, но только первые шаги в исследовании статистических величин. Основным же методом является аналитический, оперирующий математическими формулами, с помощью которых выводятся так называемые “обобщающие показатели”, т. е. абсолютные величины, приведенные в сравнимый вид (относительные и средние величины, балансы и индексы). Так, с помощью относительных величин (процентов) определяются качественные особенности анализируемых совокупностей (например, отношение отличников к общему числу студентов; числа ошибок при работе на сложной аппаратуре, вызванных психической неустойчивостью обучающихся, к общему числу ошибок и т.п.). То есть выявляются отношения: части к целому (удельный вес), слагаемых к сумме (структура совокупности), одной части совокупности к другой ее части; характеризующие динамику каких-либо изменений во времени и др.

Как видно, даже самое общее представление о методах статистического исчисления говорит о том, что эти методы располагают большими возможностями в анализе и обработке эмпирического материала. Разумеется, математический аппарат может бесстрастно обработать все, что в него вложит исследователь и достоверные данные, и субъективные домыслы. Вот почему совершенное владение математическим аппаратом обработки накопленного эмпирического материала в единстве с доскональным знанием качественных характеристик исследуемого явления является необходимым для каждого исследователя. Только в этом случае возможен отбор качест-

венного, объективного фактического материала, его квалифицированная обработка и получение достоверных итоговых данных.

Такова краткая характеристика наиболее часто применяемых методов исследования проблем психологии и педагогики. Следует подчеркнуть, что ни один из рассмотренных методов, взятый сам по себе, не может претендовать на универсальность, на полную гарантию объективности получаемых данных. Так, элементы субъективизма в ответах, полученных путем опроса респондентов, очевидны. Результаты наблюдений, как правило, не свободны от субъективных оценок самого исследователя. Данные, взятые из различной документации, требуют одновременно проверки достоверности этой документации (особенно личных документов, документов из “вторых рук” и т.д.).

Поэтому каждому исследователю следует стремиться, с одной стороны, к совершенствованию техники применения любого конкретного метода, а с другой – к комплексному, взаимоконтролирующему использованию разных методов для изучения одной и той же проблемы. Владение всей системой методов дает возможность разработать рациональную методику исследования, четко организовать и провести его, получить существенные теоретические и практические результаты.